

6. CADRAN VERTICAL PLEIN SUD

Nous allons ici voir comment tracer un cadran solaire vertical. Dans un premier temps, nous considérerons une orientation plein Sud, nous traiterons ensuite, dans le paragraphe suivant, une orientation différente et verrons comment se modifie le calcul des secteurs horaires.

6.1. Quelques réalisations

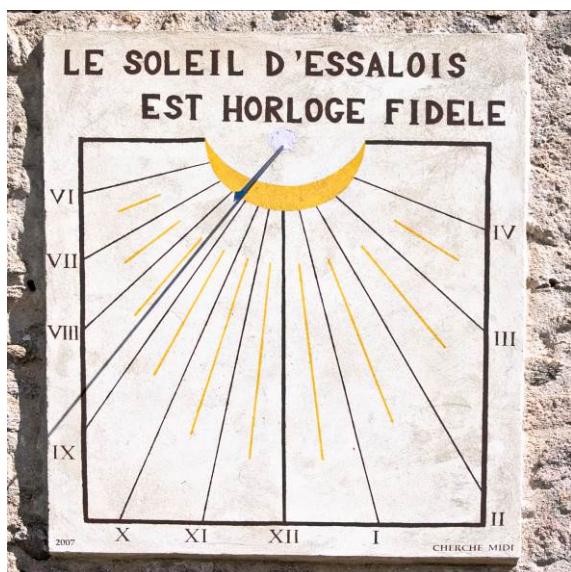
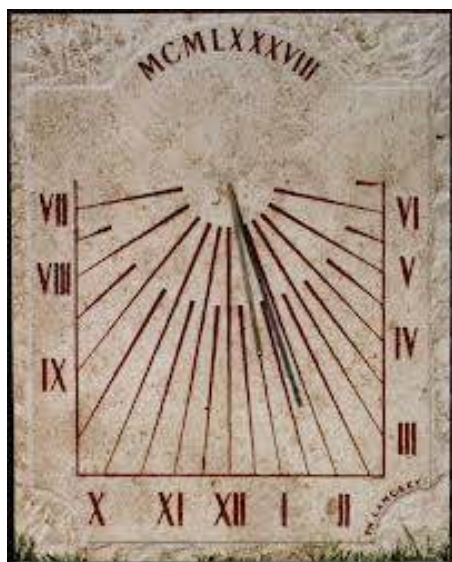


Figure 6.1 : Réalisation de cadrans solaires

6.2. Calcul de l'ombre du style

Pour un cadran solaire vertical parfaitement orienté Est-Ouest celui-ci peut être représenté par la figure ci-après.

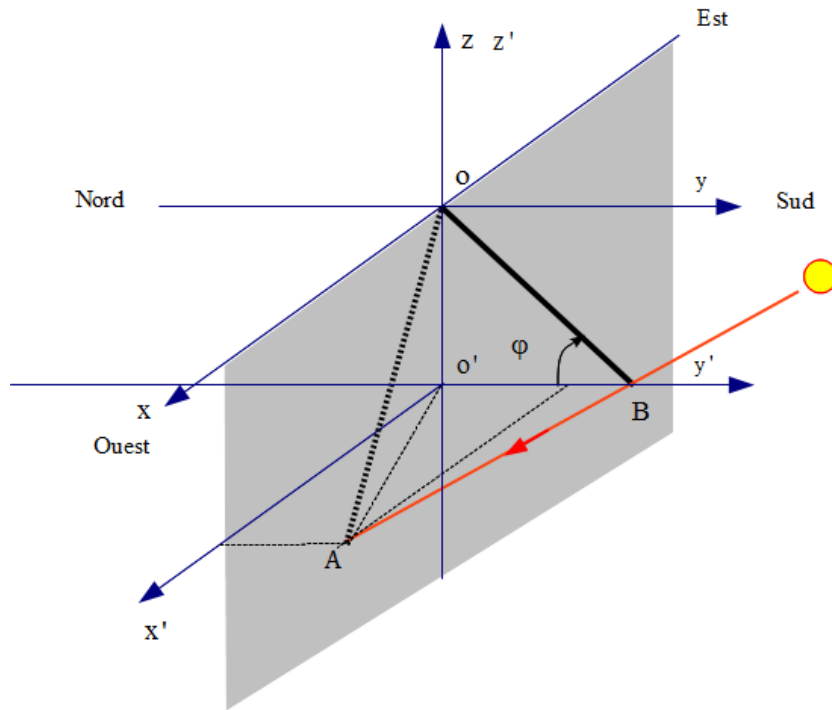


Figure 6.2 : Schéma de principe d'un cadran solaire vertical plein Sud

L'angle $O'BO$ est égal à la latitude φ du lieu, en effet, comme pour le cadran horizontal la direction BO doit être parallèle à l'axe de rotation de la Terre qui constitue ici l'axe de rotation du mouvement apparent du Soleil.

Ici, la hauteur D du style est égale à $O'B$. Afin de déterminer les coordonnées de l'ombre A du point B , nous allons reprendre les résultats obtenus pour le cadran horizontal et adopter la même démarche.

Pour les détails des calculs nous renvoyons le lecteur à l'annexe F « *Cadran vertical plein Sud* » § 1.

Coordonnées du point A :

$$\boxed{x_A = -D \operatorname{tg}(a)} \quad (6.1)$$

$$\boxed{z_A = -D \left(\frac{\operatorname{tg}(h)}{\cos(a)} + \operatorname{tg}(\varphi) \right)} \quad (6.2)$$

Note importante

Pour que l'ombre existe, il faut vérifier deux conditions, d'une part, et cela tombe sous le sens, que le Soleil soit levé, ce qui implique une hauteur 'h' positive et d'autre part, que le cadran soit ensoleillé par l'avant.

Cette dernière condition implique pour l'azimut 'a' soit dans l'intervalle suivant :

$$\boxed{-90^\circ \leq a \leq 90^\circ} \quad (6.3)$$

Exemple pour Saint-Etienne au soliste d'été

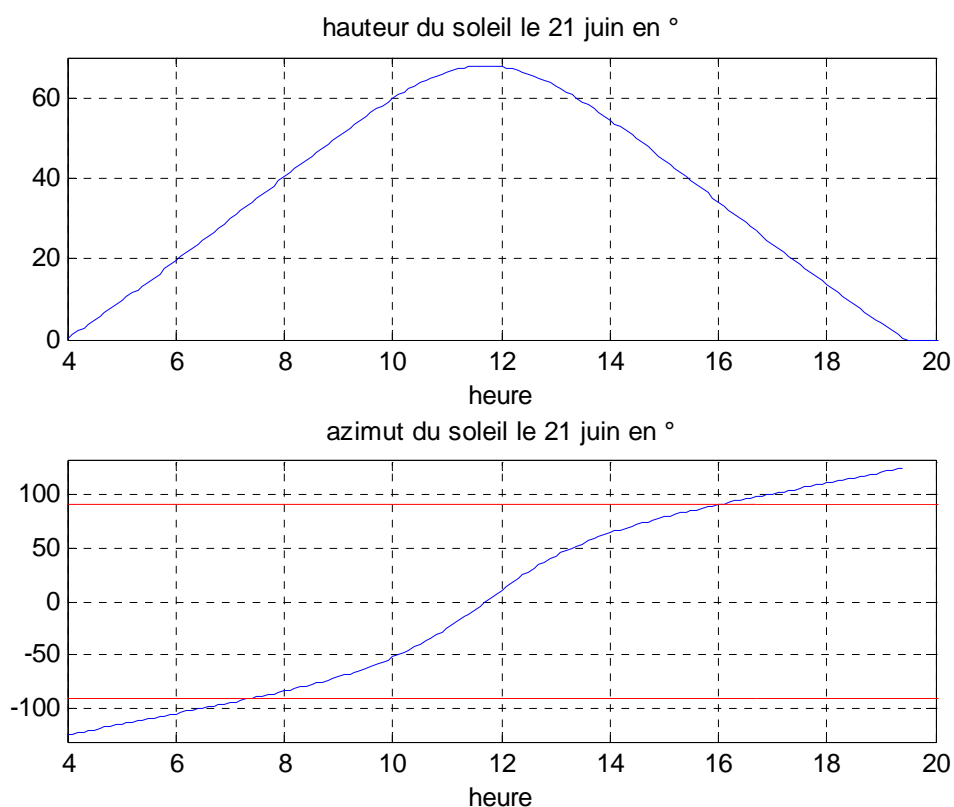


Figure 6.3 : Evolution de la hauteur et de l'azimut à St-Etienne au solstice d'été

Saint-Étienne est à l'Est de Greenwich, sa latitude est de $\lambda = -4,3876^\circ$, le Soleil passera donc plus tôt au méridien. Le décalage sera de 4λ soit 17,55 min ce qui correspond à environ 0,3 heure.

Nous pouvons constater sur la figure ci-dessus que le maximum de hauteur du Soleil a lieu à 11,7 heures.

Pour un cadran solaire vertical, l'ombre du style est portée si l'azimut est compris entre -90° et $+90^\circ$.

Ici le cadran sera éclairé entre 7,4h TU et 16h TU.

6.3. Algorithme de calcul d'un cadran solaire vertical plein Sud

Le calcul de la hauteur et de l'azimut du Soleil est effectué par l'algorithme (3.7), le tracé d'un cadran vertical Sud suivra l'algorithme suivant :

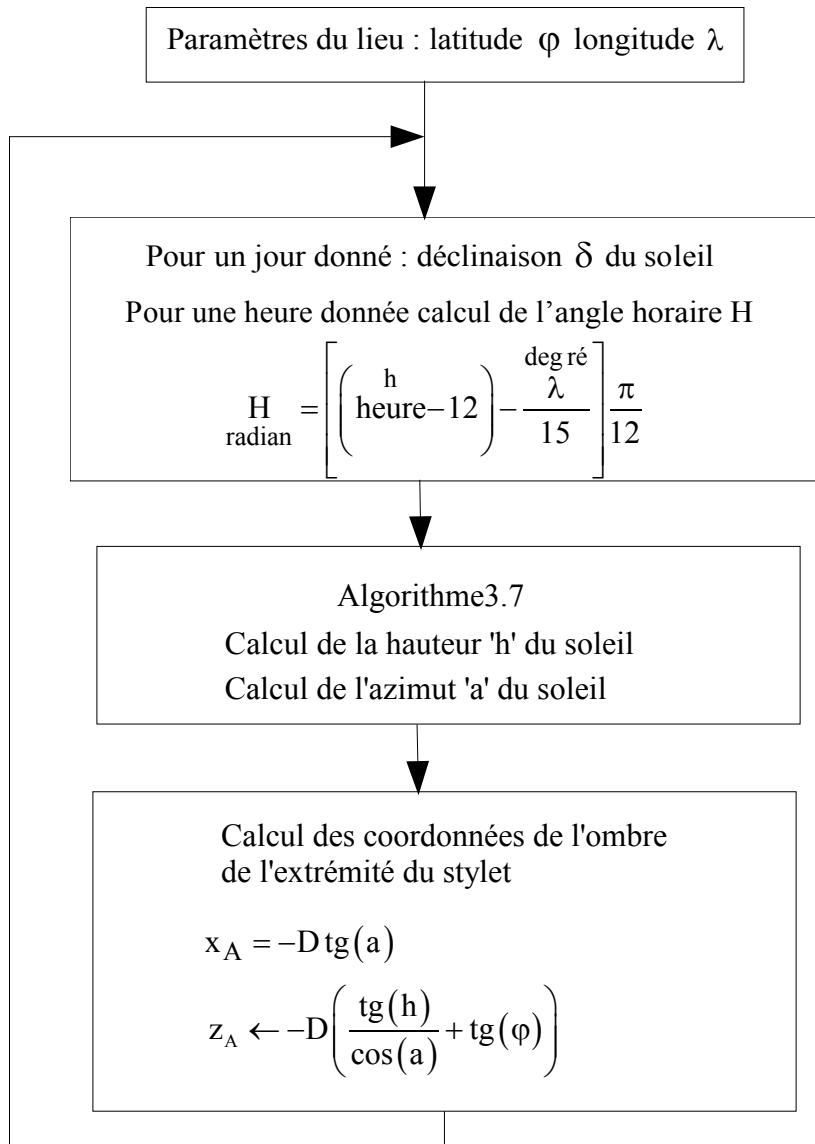


Figure 6.4 : Algorithme de calcul d'un cadran solaire vertical Sud

6.4. Calcul simplifié des directions

Comme pour le cadran horizontal, si nous nous intéressons uniquement aux directions de l'ombre, il est possible de les exprimer uniquement en fonction de l'angle horaire 'H' et de la latitude φ .

Dans ce cas, (cf. Annexe F « Cadran vertical plein » Sud §3), les coordonnées de l'extrémité de l'ombre sont les suivantes :

$$x_A = -D \frac{\operatorname{tg}(H)}{\sin(\varphi)} \quad (6.4)$$

$$z_A = -\frac{D}{\sin(\varphi) \cos(\varphi)} \quad (6.5)$$

Pour la direction de l'ombre :

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{z_A}{x_A} = \frac{1}{\operatorname{tg}(H) \cos(\varphi)} \quad (6.6)$$

Nous pouvons vérifier que ces relations ne dépendent que de l'angle horaire 'H' et de la latitude φ , et sont simples à mettre en œuvre.

6.5. Exemples de calcul de cadrans verticaux

6.5.1. Exemple 6-1 : Calcul simplifié d'un cadran vertical plein Sud pour Saint Etienne

Nous utiliserons ici les relations simplifiées du paragraphe précédent.

Coordonnées géographiques de Saint Etienne

Latitude $\varphi = 45,4268^\circ$, Longitude $\lambda = -4,3876^\circ$

Considérons un cadran solaire carré de 500 mm de côté et dont le style est à 100 mm du bord supérieur. Pour le tracé, calculons fictivement la hauteur du style tel que l'ordonnée de l'ombre soit de 400 mm.

Il vient à partir de la relation (6.5) $D = -400 \sin(\varphi) \cos(\varphi)$ soit : $D = 199,98$ mm

Ici nous tiendrons compte de la longitude dans le calcul de l'angle horaire 'H'.

Soit à partir de (2.4) : $H_h = (\text{heure} - 12) - \frac{\lambda}{15}$ $H_h = (\text{heure} - 12) + \frac{4,3876}{15}$

$H_h = (\text{heure} - 12) + 0,2925$

Les relations (6.4) et (6.5) assurent les calculs des coordonnées des ombres du style.

Heure TU	x_A	z_A
7 h	797 mm	-400 mm
8 h	410 mm	-400 mm
9 h	241 mm	-400 mm
10 h	135 mm	-400 mm
11 h	53 mm	-400 mm
12 h	-22 mm	-400 mm
13 h	-99 mm	-400 mm
14 h	-192 mm	-400 mm
15 h	-327 mm	-400 mm
16 h	-585 mm	-400 mm
17 h	-1498 mm	-400 mm

Tableau 6.1 : Coordonnées des ombres pour Saint Etienne

Si nous reportons ces valeurs nous obtenons le tracé suivant :

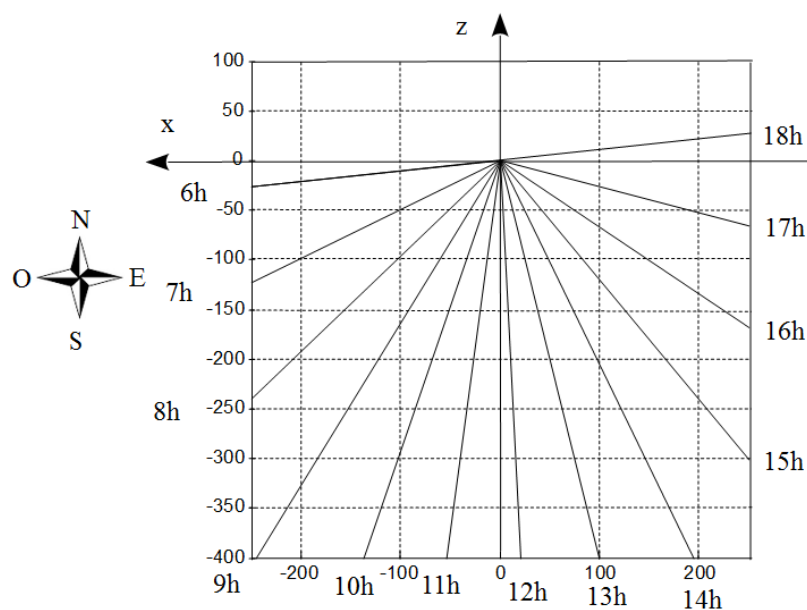


Figure 6.5 : Tracé pour Saint Etienne d'un cadran vertical plein Sud

Saint Étienne se trouvant à l'Est du méridien de Greenwich, à 12h TU le Soleil a dépassé la méridienne du lieu.

Avec cette prise en compte de la longitude seule l'équation du temps est nécessaire pour obtenir l'heure exacte (cf. §10 Equation du temps page 48).

6.5.2. Exemple 6-2 : Tracé d'un cadran vertical plein Sud pour Lyon

Pour les deux exemples suivants, nous désirons déterminer les variations de la longueur de l'ombre en fonction des saisons.

Dans ce cas il est impératif de calculer la hauteur 'h' et l'azimut du Soleil par l'intermédiaire de l'algorithme (5.5).

Coordonnées géographiques de Lyon :

Latitude Nord $\varphi = 45,7640^\circ$ Longitude Est $\lambda = -4,8356^\circ$

Comme pour le cadran horizontal, lorsque le Soleil passe au méridien à Greenwich, Lyon se situant à l'Est de celui-ci l'ombre aura dépassé la méridienne de Lyon.

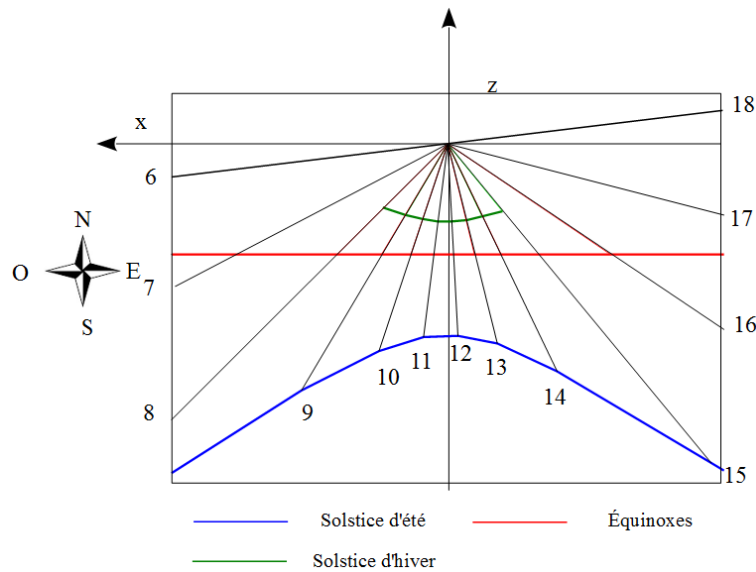
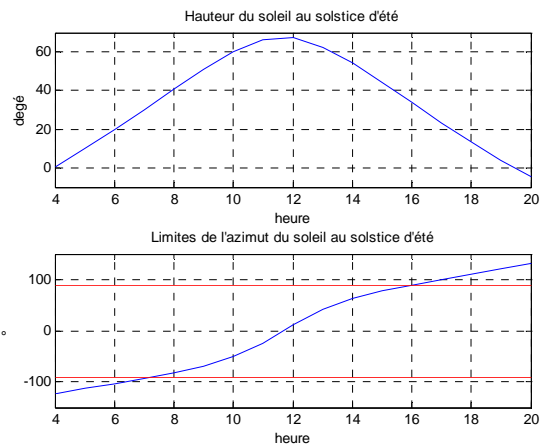


Figure 6.6 : Cadran vertical pour Lyon

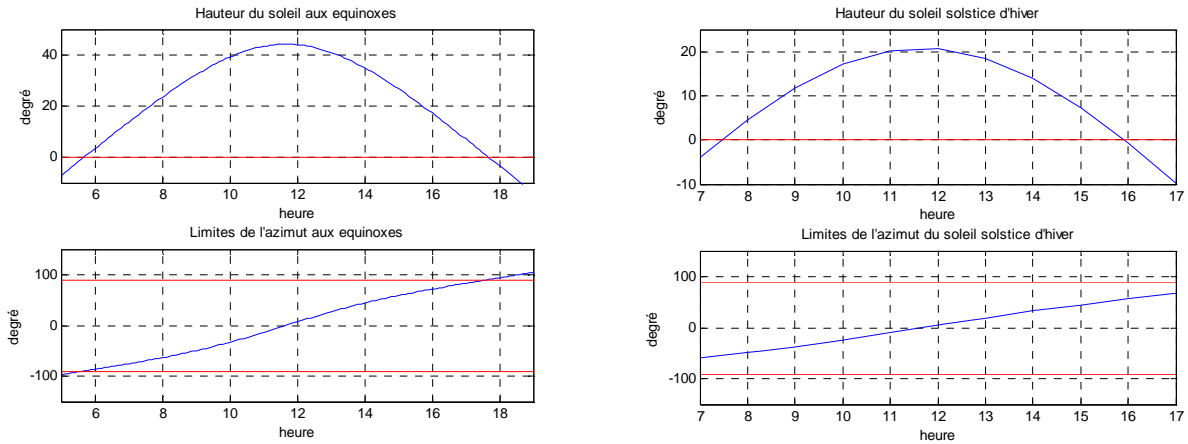
Comme nous l'avons mentionné, l'existence d'un ombre sur un cadran vertical implique que l'azimut 'a' de la position du Soleil soit comprise entre -90° et $+90^\circ$.

Nous allons vérifier ces conditions aux solstices et aux équinoxes.



Au solstice d'été pour que $-90^\circ \leq a \leq 90^\circ$, l'ombre apparaît à 7,4 h et se termine à 16h

Figure 6.7 : Hauteur et azimut du Soleil au solstice d'été



Aux équinoxes, à 5,7 h le Soleil est au-dessus de l'horizon ($h > 0$) et repasse en dessous vers 17,6 h. Sur cet intervalle l'azimut est compris entre -90° et $+90^\circ$

Aux équinoxes seule la présence du Soleil au-dessus de l'horizon conditionne l'ombre du style. Ici elle est présente entre 7,5 h et 16h.

Figure 6.8 : Hauteur et azimut du Soleil aux équinoxes et au solstice d'hiver

6.5.3. Exemple 6-3 : Tracé d'un cadran vertical plein Sud pour Brest

Coordonnées géographiques de Brest :

Latitude Nord $\varphi = 48,39^\circ$ Longitude Ouest $\lambda = +4,48^\circ$

Pour Brest de longitude Ouest, c'est le contraire et le Soleil à midi sera légèrement décalé dans le sens horaire.

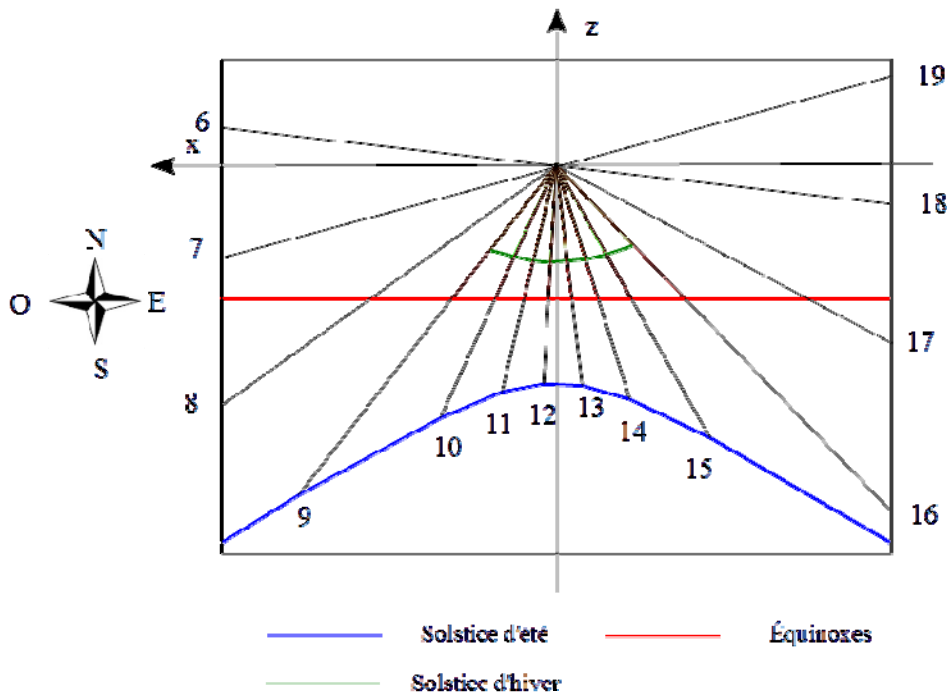


Figure 6.9 : Cadran vertical pour une longitude Ouest