3. CALCUL DE LA POSITION DU SOLEIL DANS UN REPERE TERRESTRE HORIZONTAL

S'il est aisé de déterminer le tracé d'un cadran solaire à partir de la hauteur et de l'azimut du Soleil dans un repère horizontal, la position du Soleil est plus facilement définie par sa déclinaison dans un repère équatorial.

Nous allons ici reprendre les deux systèmes de coordonnées vus précédemment.

3.1. Passage des coordonnées équatoriales aux coordonnées horizontales

Rappel :

Les coordonnées du Soleil dans un plan équatorial s'expriment par :

δ : Déclinaison

H : Angle horaire

Les coordonnées du Soleil dans un plan horizontal s'expriment par :

h : Hauteur du Soleil

a : Azimut

Le passage entre les deux systèmes de coordonnées est donné par les relations suivantes :

$$\sin(h) = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\,\cos(H) \qquad (3.1)$$

$$\sin(a) = \frac{\cos(\delta)\sin(H)}{\cos(h)} \qquad (3.2)$$

$$\cos(a) = \frac{+\sin(\varphi)\cos(\delta)\cos(H) - \cos(\varphi)\sin(\delta)}{\cos(h)} \qquad (3.3)$$

Nota : *Pour plus de détail, vous pouvez consulter l'annexe C , « Trigonométrie sphérique » » et l'annexe D, « Changements de systèmes de coordonnées ».*

Ainsi, pour un jour J donné ; J=1 au premier janvier et J=365 au 31 décembre, pour les années non bissextiles, la déclinaison δ est donnée par la relation (2.7).

Ensuite, connaissant l'heure, l'angle horaire 'H' est fourni par les relations (2.1) (2.4) , avec la prise en compte de la longitude.

Pour le lieu où va être calculé le cadran solaire, la latitude φ et la longitude λ sont connues.

Ces données précisées, les relations (3.1), (3.2) et (3.3) assurent le calcul de la hauteur 'h' et l'azimut 'a'.

Exemple 3.1 : *Calcul de la position du Soleil le 6 octobre à 11h TU à Saint Étienne.*

Position géographique de Saint-Étienne :

$\varphi = 45,4268°$ $\qquad\qquad$ $\lambda = -4,3876°$

Le 6 octobre, est le 279^{e} jour de l'année (J=279)

Calcul de la déclinaison

Avec la relation (2.7) : $\delta = \dfrac{180}{\pi}\arcsin\left[\sin\left(\pi\dfrac{(23,44)}{180}\right)\sin\left(\dfrac{2\pi}{365,25}(J-81)\right)\right]$

Nous obtenons : δ=-0,1042 rad soit δ=-5,5688°, nous sommes après l'équinoxe d'automne, il est normal que la déclinaison soit faiblement négative.

Calcul de l'angle horaire 'H'

Reprenons la relation (2.4) : $\underset{h}{H} = (\text{heure}-12) - \dfrac{\overset{\text{deg ré}}{\lambda}}{15}$

À 11h TU il est 9h en temps solaire moyen, si nous ne considérons pas l'équation du temps nous aurons :heure=9. Avec la relation précédente , nous obtenons : $H = -2,7075$ heures.

Calcul de la hauteur 'h' du Soleil

Pour déterminer la position du Soleil dans le plan horizontal local en un lieu donné, à partir de la déclinaison et de l'angle horaire du Soleil nous utiliserons les relations (3.1) (3.2) et (3.3).

Reprenons la relation (3.1) : $\sin(h) = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(H)$

Comme nous aurons besoin du cosinus pour le calcul de l'azimut, nous l'obtiendrons par la relation classique :

$$\cos(h) = \sqrt{1-\sin^2(h)} \tag{3.4}$$

La connaissance du sinus et du cosinus de la hauteur permet de connaître sans ambiguïté la valeur de h soit ;

$$h = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(h)}{\cos(h)}\right) \tag{3.5}$$

Pour $\varphi = 45,4268°$, $H = -2,7075$ heures

$\sin(h) = 0,5013$; $\cos(h) = 0,8653$ et $\boxed{h=30,08°}$

Calcul de l'azimut ' a' du Soleil

Toutes ces grandeurs calculées nous utiliseront (3.3) :

$$\cos(a) = \frac{+\sin(\varphi)\cos(\delta)\cos(H) - \cos(\varphi)\sin(\delta)}{\cos(h)}$$

Sachant que $\pm a$ donne le même cosinus il est préférable de calculer le sinus de l'azimut pour préciser sa valeur soit : $\sin(a) = \dfrac{\cos(\delta)\sin(H)}{\cos(h)}$ (3.6)

Avec les données de l'exemple nous obtenons : $\cos(a) = 0,6597$; $\sin(a) = -0,7516$ .ce qui donne un azimut de a=-0,9551 rad soit $\boxed{a = -48,72°}$

3.2. Algorithme de calcul pour passer aux coordonnées terrestres horizontales

Paramètres du lieu : latitude φ longitude λ

↓

Pour un jour J donné calcul de la déclinaison du soleil

$$\delta = \frac{180}{\pi}\arcsin\left[\sin\left(\pi\frac{(23,44)}{180}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{365,25}(J-81)\right)\right]$$

↓

Pour une heure donnée calcul de l'angle horaire H

$$\underset{\text{radian}}{H} = \left[\left(\overset{\text{h}}{\text{heure}}-12\right)-\frac{\overset{\text{deg ré}}{\lambda}}{15}\right]\frac{\pi}{12}$$

↓

Calcul de la hauteur du soleil

$$\sin(h) \leftarrow \sin(\varphi)\sin(\delta)+\cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(H)$$

$$\cos(h) \leftarrow \sqrt{1-\sin^2(h)}$$

$$tg(h) \leftarrow \frac{\sin(h)}{\cos(h)}$$

$$h \leftarrow arctg(tg(h))$$

↓

Calcul de l'azimut du soleil

$$\sin(a) \leftarrow \frac{\cos(\delta)\sin(H)}{\cos(h)}$$

$$\cos(a) \leftarrow \frac{+\sin(\varphi)\cos(\delta)\cos(H)-\cos(\varphi)\sin(\delta)}{\cos(h)}$$

$$tg(a) \leftarrow \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$$

$$a \leftarrow arctg(tg(a))$$

Algorithme de calcul (3.7) de la hauteur et de l'azimut du Soleil

Exemple 3.2 : *Calcul de la hauteur et de l'azimut à Lyon, à midi solaire, le jour du solstice d'été.*

À Lyon : Latitude $\varphi = 45,7640°\,N$ Longitude $\lambda = -4,8356°\,E$

À midi (heure =12) le jour du solstice d'été (déclinaison $\delta = 23,44°$) ;

Hauteur du Soleil $h = 67,33°$

Azimut du Soleil $a = -11,57°$

Si la longitude avait été nulle, l'angle de l'ombre aurait été dans la direction Nord-Sud et l'azimut aurait été nul. ($a = 0°$).

Exemple 3.3 : *Variation de la position du Soleil aux deux solstices à Saint Étienne*

Pour Saint-Étienne : $\begin{cases} \text{Latitude Nord } \varphi = 45,4268° \\ \text{Longitude Est } \lambda = -4,38,76° \end{cases}$

Aux solstices d'été et d'hiver, nous avons J=172 et J=356.

L'algorithme (3.7) du calcul de la hauteur et de l'azimut permet d'obtenir les résultats de la figure ci-après.

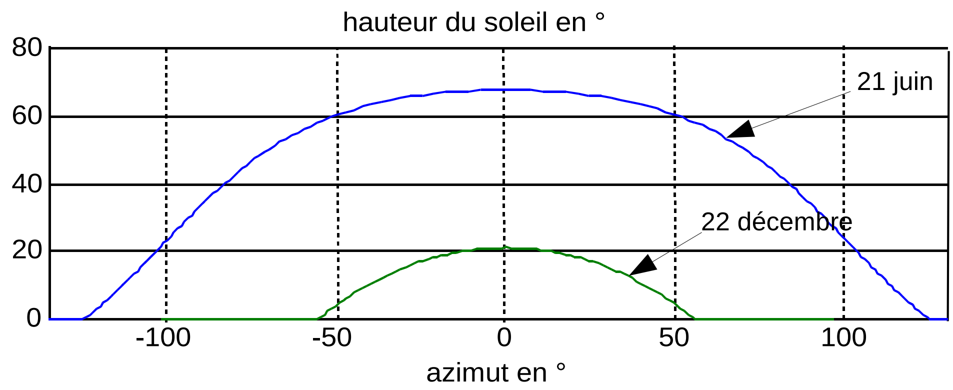

Figure 3.1 : Hauteur du Soleil à Saint-Étienne pour les deux solstices

Note importante :

Lorsque vous calculerez la direction et la longueur de l'ombre avec des relations algébriques utilisant la hauteur de l'azimut du Soleil, il faudra vérifier que la hauteur soit positive.

En effet, le calcul de la direction de l'ombre du Soleil, lorsque celui-ci n'est pas levé, n'a pas beaucoup de sens physique.